Einbeziehung einfacher Mengenbegriffe in die Behandlung der natürlichen Zahlen

Dieter Litschauer, Wien

1. Einleitung

1.1 Ziel dieser Ausführungen ist es, einen Weg aufzuzeigen, wie die Erarbeitung der Mengenbegriffe und die Einführung der entsprechenden Symbole in der ersten Klasse der AHS möglichst ungezwungen und vor allem auch eingeschränkt in die Behandlung der natürlichen Zahlen einbezogen werden kann.

1.2 Die Überlegungen werden dadurch motiviert, daß
(1) den Schülern, die in die erste Klasse der AHS eintreten, viele Begriffe aus der Volksschule ohnedies bereits bekannt sind oder bekannt sein sollten (siehe Lehrplan der Volksschulen);
(2) Beobachtungen gezeigt haben, daß die Schüler bei der alleinigen Behandlung der Mengenbegriffe das numerische Rechnen, das sie in der Volksschule gelernt haben, ganz einfach wieder verlernen;
(3) die Ausführungen für alle die Kollegen eine Hilfe sein sollen, die sich zu sehr an den Wortlaut des Mathematikbuches halten und dem Fehler verfallen, wochenlang ausschließlich Mengenlehre zu betreiben.

1.3 Bei der Durchführung wird besonders darauf geachtet, daß die verschiedenen Mengenbegriffe im Kapitel "Natürliche Zahlen" erst an den Stellen eingeführt werden, wo sie zum ersten Mal gebraucht werden. Dabei stützen sich die Überlegungen auf zwei Grundsätze:
(1) Die Mengenlehre soll nicht um ihrer selbst willen durchgenommen werden.
(2) Mengenbegriffe sollen nicht auf Vorrat erarbeitet werden.

Dazu kommt eine stärkere Betonung des numerischen Rechnens, dem durch Angabe passender Beispiele Rechnung getragen wird. Um den von verschiedenen Kreisen vorgebrachten Anregungen nachzukommen, werden besonders Beispiele von größerem Schwierigkeitsgrad angeführt.

2. Vorgeschlagene Behandlung

Der im Kapitel "Natürliche Zahlen" integrierte Lehrstoff wird in 18 Teilkapiteln behandelt. Sollten Lehrplanüberschreitungen auftreten, wird an Ort und Stelle näher darauf eingegangen.

2.1 Der Begriff "Menge"

Den Schülern ist von der Volksschule her bereits weitgehend bekannt, daß unterscheidbare Dinge, Menschen, Tiere, Zahlen, ... (Objekte) zu Mengen zusammengefaßt werden können. Ohne Schwierigkeiten können nun diese Objekte Elemente der Menge genannt werden und in Mengenklammern ({...}) zusammengefaßt werden. An Hand von geeigneten Beispielen kann darauf hingewiesen werden, daß es Mengen mit wenigen, mit vielen, ja, mit beliebig vielen Elementen gibt.

2.2 Der Begriff "Natürliche Zahl"

Die Anzahl der Elemente einer Menge wird durch eine Zahl angegeben. Die Zahlen 1,2,3,... heißen natürliche Zahlen. Sie dienen vor allem zum Zählen. Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen. Sie werden zur Menge der natürlichen Zahlen N zusammengefaßt. Diese Menge hat unendlich viele Elemente und ist daher eine unendliche Menge. Dagegen hat die Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis 10 endlich viele Elemente; sie ist eine endliche Menge. Es folgt die Darstellung der Menge im Mengendiagramm. Weitere Zahlenmengen sind: N_g, N_u, die Menge der zweistelligen Zahlen, die Menge der Vielfachen von 3 kleiner als 30 usw. Der Begriff "Vielfache von" ist den Schülern von der Volksschule her weitgehend bekannt.

Beispiele zu 2.2:

(1) Schreib die Menge aller natürlichen Zahlen an, die größer als 21 und kleiner als 37 sind!

(2) Schreib die Menge aller natürlichen Zahlen von 1 bis 100 an, in denen die Ziffer 0 vorkommt! Wie groß ist die Anzahl dieser Zahlen?

(3) Wie groß ist die Anzahl der zweistelligen natürlichen Zahlen, in denen die Ziffer 8 nicht vorkommt?

2.3 Das dekadische Zahlensystem

Eine besondere Zahlenmenge ist {1, 10, 100, 1000, ...}. Der Begriff "dekadische Einheit" wird wie üblich durch Bilden von "Zehnerpäckchen," "Hunderterpäckchen", ...von Münzen etc. gewonnen, wobei vorausgesetzt werden kann, daß die Schüler von der Volksschule her wissen, daß 10 E = 1 Z, 10 Z = 1 H, ... sind. Das Anschreiben von natürlichen Zahlen wird an Hand von Beispielen gezeigt und besonders auf den Stellenwert der einzelnen Ziffern einer Zahl hingewiesen. Das Zehnersystem ist ein Stellenwertsyst ganz anders als etwa das Zahlensystem der Römer.

Beispiele zu 2.3:

(1) Gib die Menge der geraden Zahlen von 100 bis 200 an, die an der Zehnerstelle die Ziffer 4 haben!

(2) Schreib in Ziffern a) die kleinste dreistellige Zahl, die genau eine Ziffer 0 hat, b) die größte dreistellige Zahl, die keine Ziffer 9 enthält!

(3) Gib die Menge aller zweiziffrigen Zahlen an, a) deren Zehner ziffer um 5 größer ist als die Einerziffer, b) deren Ziffern summe 7 ist!

Bemerkung: Um eine größere Auswahl an geeigneten Beispielen zu haben, ist es durchaus möglich, an dieser Stelle den Begriff der Ziffernsumme einer Zahl zu erklären.

2.4 Das Runden von Zahlen

Es gibt zwei Gründe, die dafür sprechen, bereits an dieser Stel das Runden von Zahlen einzuführen: Erstens wurden gerade im Kapitel zuvor die dekadischen Einheiten erklärt,und in vielen Beispielen wird das Runden einer gegebenen Zahl auf die eine oder andere dekadische Einheit verlangt. Zweitens sollte man im Kapitel "Rechnen mit natürlichen Zahlen" beim Multiplizieren bereits Überschlagsrechnungen durchführen können.
In diesem Kapitel wird es zunächst notwendig sein, den Grund fü sinnvolles Runden klarzumachen. Vorgeschlagen wird ein Verglei der Höhen der drei höchsten Berge Österreichs (Großglockner: 3 798 m, Wildspitze: 3 774 m, Weißkugel: 3 736 m) bzw. der Höhen von drei bedeutenden Bergen Europas (Mont Blanc: 4 807 m, Matterhorn: 4 477 m, Großglockner: 3 798 m). Im ersten Fall wird man zum Vergleich sinnvoll auf Zehner, im zweiten Fall auf Hunderter runden.
An Hand eines Beispiels wird nun die Technik des Rundens gezeigt Der Schüler wird erkennen, daß beim Runden einer Zahl diese durch einen Näherungswert ersetzt wird, wobei der auftretende Fehler möglichst klein sein soll.

Beispiel zu 2.4:

(1) Runde 5 793 051 der Reihe nach auf Z,H,T,ZT,HT,M und gib die jeweiligen Fehler an!

2.5 Vergleichen von Mengen

(1) Gleiche - ungleiche Mengen

Der Unterschied zwischen gleichen ($A = B$) und ungleichen ($A \neq B$) Mengen wird an Hand passender Beispiele gezeigt. Es wird besonders darauf hingewiesen, daß es beim Anschreiben der Elemente einer Menge auf die Reihenfolge nicht ankommt.

(2) Gleichmächtige - nicht gleichmächtige Mengen

Zum Begriff "gleichmächtige Mengen" wird folgender Weg vorgeschlagen: Vier Mädchen und vier Burschen melden sich zum Paarlaufen und der Eislauflehrer bildet vier Paare. Jedem Element der Menge der Mädchen wird genau ein Element der Menge der Burschen zugeordnet. Dieser Sachverhalt wird durch die Darstellung mit Mengendiagrammen und Zuordnungspfeilen ($\rightarrow$) deutlich gemacht. Bei dieser Zuordnung werden alle Elemente beider Mengen erfaßt. Die Mengen sind gleichmächtig ($A \sim B$); sie haben die gleiche Anzahl von Elementen. Wenn ein Mädchen erkrankt, werden bei der Paarbildung nicht alle Elemente beider Mengen erfaßt. Die Mengen sind nicht gleichmächtig ($A \not\sim B$); sie haben nicht die gleiche Anzahl von Elementen. Besonders betont wird der Satz: Gleiche Mengen sind gleichmächtig, gleichmächtige Mengen müssen aber nicht gleich sein.

Beispiel zu 2.4:

Gegeben sind fünf Mengen:

A = Menge der geraden Zahlen größer als 16 und kleiner als 35

B = Menge der Vielfachen von 4, die größer als 19 und kleiner als 36 sind,

C = {18,26,34,30,22,28,20,24,32}

D = {32,24,20,28}

E = {32,24,20,26}

Welche Mengen sind gleich, welche ungleich, welche gleichmächtig und welche nicht gleichmächtig?

2.6 Geordnete Mengen

Die Menge der Buchstaben wird meist in alphabetischer Reihenfolge angeschrieben. Eine Menge, deren Elemente in einer bestimmten Reihenfolge angeschrieben werden, heißt geordnete Menge. So ist es auch mit den Namen der Schüler im Klassenbuch. Gibt es in der Klasse zwei "Maier", so stellt man durch Hinzunahme des Vornamens die Ordnung her. Wenn aber zwei Schüler beim Weitsprung gleich weit springen, ist ein Ordnen der Schüler nach den erzielten Weiten beim Springen nicht möglich; man spricht von einer

teilweisen Ordnung. Eine geordnete Menge, in der von je zwei Elementen feststeht, welches zuerst kommt, heißt total geordnete Menge. Die Menge N ist eine total geordnete Menge, weil von zwei natürlichen Zahlen stets eine die kleinere ist: 1 < 2, 2 < 3, 3 < 4, ... Dadurch entsteht eine Ordnungskette: 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < ..
Die Zeichen "=", "≠", "<", ">" zwischen natürlichen Zahlen können nun erklärt werden.

2.7 Der Zahlenstrahl
Hier ist es notwendig, aus dem Geometrieteil die Begriffe "Strahl", "Strecke", "Länge einer Strecke" zu übernehmen. Der Zahlenstrahl wird in der bekannten Art gezeichnet und somit jeder natürlichen Zahl ein Punkt auf dem Zahlenstrahl zugeordnet. Da es zu Problemen führt, soll die Zuordnung "natürliche Zahl - Strecke" auf dem Zahlenstrahl nicht durchgeführt werden.

2.8 Eigenschaften natürlicher Zahlen
Aus der Ordnungskette der natürlichen Zahlen kann geschlossen werden:

(1) Jede natürliche Zahl hat genau einen Nachfolger (= die auf eine natürliche Zahl unmittelbar folgende Zahl).
(2) Jede natürliche Zahl, ausgenommen 1, hat genau einen Vorgänger (s.Nachfolger).
(3) 1 ist die kleinste natürliche Zahl.
(4) Es gibt keine größte natürliche Zahl.
(5) Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen.

Beispiele zu 2.8:

(1) Wenn man zu einer Zahl ihren Nachfolger (Vorgänger) addiert, erhält man 5, 247, 4 879. Zahl? Probe!
(2) Addiere zu der Zahl 56, 489, 7 219 ihre Nachbarn und teile das Ergebnis durch 3! Was bemerkst du?
(3) Wenn man zu einer Zahl ihre Nachbarn addiert, erhält man 78, 147, 8 532. Zahl? Probe!

Bemerkung: Die Beispiele sind dem Volksschullehrbuch von R.SCHÖN: "Mein viertes Mathematikbuch" entnommen.

2.9 Festlegen von Mengen. Das Zeichen "∈"
Beim aufzählenden Verfahren werden die Elemente einer Menge entweder zwischen Mengenklammern oder in einem Mengendiagramm angeschrieben. An dieser Stelle ist es leicht, die Zeichen "∈" bzw. "∉" einzuführen. Oft ist es günstiger, eine Menge durch Beschreiben der gemeinsamen Eigenschaften ihrer Elemente festzulegen (beschreibendes Verfahren).

Beispiel: A = Menge aller ungeraden Zahlen größer als 7 und kleiner als 20

Schreibt man die Menge in dieser Form an, wäre das Setzen einer Klammer falsch.

Beispiele zu 2.9:

(1) In den folgenden Aufgaben sind Mengen im aufzählenden Verfahren bzw. durch Angabe der gemeinsamen Eigenschaften ihrer Elemente festgelegt. Gib sie im jeweils anderen Verfahren an:

M_1 = Menge aller Vielfachen von 4 größer als 35 und kleiner als 69

M_2 = {19, 29, 39, ...,89, 99}

M_3 = Menge aller zweiziffrigen Zahlen mit Ziffernsumme 8

M_4 = {1 001, 1 010, 1 100, 2 000}

M_5 = Menge der zweiziffrigen Zahlen, deren Zehnerziffer um 2 größer ist als die Einerziffer

2.10 Wahre Aussage - falsche Aussage

Zur Erklärung werden verschiedene Sätze, Gleichungen, Ungleichungen mit wahrem bzw. falschem Aussagewert angeführt.

Beispiele zu 2.10:

(1) Handelt es sich um eine wahre oder um eine falsche Aussage:

a) 15 874 - 6 938 > 14 155 - 5 117 ... A.

b) 1 075 : 43 < 1 004 : 39 ... A.

(2) Handelt es sich um eine wahre oder um eine falsche Aussage:

a) $17 \in N$ ... A. b) $48 \notin N_g$ ... A.

2.11 Aussageform, Platzhalter

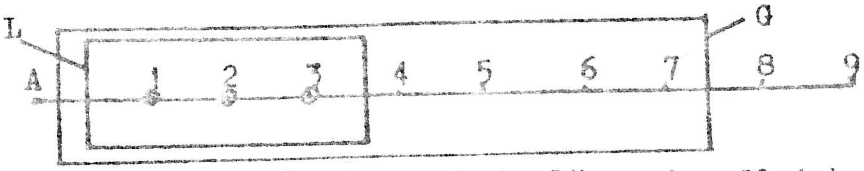
Die Begriffe "Aussageform", "Aussage", "Platzhalter", "Grundmenge" werden in der gewohnten Form (s. LAUB - HRUBY, 1.Teil, S.37) erklärt.

2.12 Gleichungen und Ungleichungen. Die leere Menge.

Dieses Kapitel beginnt mit einer Erklärung der Begriffe "Gleichung" und "Ungleichung" und mit der Einführung der Zeichen "$\leq$" bzw. "$\geq$".

In der Ungleichung: $\square < 4$ werden zu verschieden gewählten Grundmengen: $G_1 = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $G_2 = \{3,4,5,6,7\}$, $G_3=\{1,2,3\}$, $G_4 = \{4,5,6,7\}$ die Lösungsmengen bestimmt: $L_1 = \{1,2,3\}$, $L_2 = \{3\}$, $L_3 = G_3$, $L_4 = \{\ \}$. Neben der Einführung des Begriffes "Teilmenge" und des Symbols "$\subseteq$" (im Lehrplan steht das Zeichen "$\subset$") führt dieser Weg auch zum Begriff "leere Menge", wobei aus didaktischen Gründen das Zeichen "{ }" dem Zeichen "$\emptyset$" vorgezogen wird.

Zur Veranschaulichung wird folgende Darstellung auf dem Zahlenstrahl (gezeichnet für den 1.Fall: G_1, L_1) empfohlen:



In ähnlicher Weise verfährt man beim Lösen der Gleichung: $x+7=12$ mit $G_1 = \{1,2,3,\ldots,13,14\}$ bzw. $G_2 = \{2,4,6,\ldots,12,14\}$ als Grundmengen.

Den Abschluß bildet der Satz, daß die Lösungsmenge stets Teilmenge der Grundmenge ist und von der Wahl der gegebenen Grundmenge abhängig ist.

Beispiele zu 2.12:

(1) Ermittle die Lösungsmenge folgender Ungleichungen bei der gegebenen Grundmenge $G = \{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40\}$

a) $\square \geq 15+13$, b) $25 + * = 45$, c) $\Delta > 17.3$

(2) Ersetze in den folgenden Gleichungen den Platzhalter durch eine natürliche Zahl, so daß eine wahre, eine falsche Aussage entsteht:

a) $x - 11 = 18$, b) $y \cdot 67 = 804$, c) $418 : z = 38$

.... w.A.	.... w.A.	.... w.A.
.... f.A.	.... f.A.	.... f.A.

(3) Löse die Ungleichung $x \geq 8$ am Zahlenstrahl, wenn folgende Grundmengen gegeben sind:

a) G_1 = Menge aller Zahlen größer 2 und kleiner oder gleich 12
b) G_2 = Menge aller Zahlen kleiner als 9
c) G_3 = Menge aller Zahlen größer oder gleich 10 und kleiner als 13
d) G_4 = Menge aller Zahlen kleiner als 8

2.13 Teilmengen

Im Kapitel "Teilmengen" gilt es vor allem, alle möglichen Teilmengen einer gegebenen Menge zu bilden. Dazu kommt die Unterscheidung zwischen echten ("$\subset$") und unechten Teilmengen und schließlich die Möglichkeit, das beschreibende Verfahren zum Festlegen von Mengen in kürzerer, wenn auch noch nicht in endgültiger Form zu schreiben; z.B.: $M = \{x \in N \mid x < 9\}$. Es ist somit notwendig, das Zeichen "|" einzuführen. Aus dem Lehrplan geht eigentlich nicht hervor, wann dieses Zeichen eingeführt werden soll. Jedenfalls findet man es bereits in den Büchern der zweiten Klasse und hier unvorbereitet und zusammenhanglos.

Beispiele zu 2.13:

(1) Gegeben ist die Menge $M = \{1,2,3,4\}$.
Gib alle Teilmengen mit a) je 1, b) je 2, c) je 3 Elementen an.

(2) In den folgenden Aufgaben sind Mengen im aufzählenden bzw. beschreibenden Verfahren kürzester Form festgelegt. Gib sie im jeweils anderen Verfahren an:

a) $M_1 = \{x \in N \mid 20 < x < 30\}$, b) $\{2,4,6,\ldots,20,22\}$

c) $M_3 = \{x \in$ Vielfachen von $4 \mid 11 \leq x \leq 28\}$

2.14 Die Durchschnittsmenge zweier Mengen

Die weiteren Kapitel über Durchschnittsmenge, Vereinigungsmenge und Komplementärmenge unterscheiden sich nicht mehr wesentlich von denen in den herkömmlichen Lehrbüchern, weil auch dort zu diesem Zeitpunkt die natürlichen Zahlen bereits zur Verfügung stehen.

Um das Interesse der Schüler zu erhöhen, wird als Einstieg in das Kapitel "Durchschnittsmenge" folgende Fragestellung empfohlen: "10 Schüler einer Klasse besuchen die Unverbindliche Übung Chorgesang, 8 Schüler Leibesübungen - Fußball. 22 Schüler der Klasse nehmen an keiner der beiden Übungen teil. Wieviele Schüler hat die Klasse?" Sicher gibt es viele Schüler, die gleich die Antwort:"40 Schüler!" parat haben, aber vielleicht gibt es dann doch welche, denen das Ergebnis und auch die Aufgabe fraglich erscheinen. Jedenfalls sollen die Schüler durch ihre Katalognummern angegeben sein:

Menge der Schüler, die Chorgesang besuchen:
$C = \{1,2,8,9,14,17,18,25,28,32\}$
Menge der Schüler, die Fußball besuchen:
$F = \{1,3,9,10,17,20,24,28\}$

Mit den entsprechenden Mengendiagrammen ist der Weg zur Durchschnittsmenge $(C \cap F)$ und schließlich zur Lösung der oben gestellten Aufgabe vorgezeichnet. Es gibt noch eine andere Schülergruppe in der Klasse:

Menge der Schüler, die Bühnenspiel besuchen: $B = \{2,8,25\}$

B ist so gewählt, daß $B \subset C$ ist, also $B \cap C = B$ ist, und daß $B \cap F = \{\ \}$ (elementfremde Mengen) ist.

Beispiele zu 2.14:

(1) In den folgenden Aufgaben sind die Mengen A und B gegeben. Gib jeweils die Durchschnittsmenge im aufzählenden Verfahren an und zeichne die Mengendiagramme:

a) $A = \{x \in N \mid x < 17\}$, $B = \{x \in N_g \mid x \geq 18\}$

b) $A = \{x \in N \mid 47 < x \leq 58\}$, $B = \{x \in N_u \mid 46 \leq x < 58\}$

c) $A = \{x \in$ Vielfachen von $4 \mid 16 \leq x \leq 44\}$, $B = \{x \in N_g \mid 16 \leq x \leq 44\}$

2.15 Die Durchschnittsmenge von mehr als zwei Mengen

Hier wird auf den Weg im Buch von LAUB-HRUBY (1.Teil, S.44) hingewiesen. Der Durchschnitt $C \cap F \cap B$ im Beispiel aus Kap.2.14 ist selbstverständlich leer.

Beispiele zu 2.15:

(1) Bestimme die Durchschnittsmenge im aufzählenden Verfahren und zeichne die Mengendiagramme:

$A = \{x \in N \mid 25 < x < 34\}$, $B = \{x \in N_g \mid 30 < x < 40\}$, $C = \{x \in N \mid 29 < x < 39\}$,

a) $A \cap B$, b) $A \cap C$, c) $B \cap C$, d) $A \cap B \cap C$.

(2) Bestimme den gemeinsamen Durchschnitt im aufzählenden Verfahren und zeichne die Mengendiagramme:

$A = \{x \in N \mid x \geq 16\}$, $B = \{x \in N_g \mid x \leq 18\}$, $C = \{x \in$ Vielf. von $4 \mid x < 24\}$,
$D = \{x \in$ Vielf. von $3 \mid x < 21\}$.

(3) Ermittle in den folgenden Aufgaben die Lösungsmenge L der gegebenen Ungleichungen bezüglich der Grundmenge $G = \{1,2,3,\ldots,20\}$ und bilde jeweils $L \cap G$:

a) $8 + x \geq 17$, b) $y \cdot 4 > 23$, c) $z + 49 < 70$.

2.16 Die Vereinigungsmenge zweier Mengen

In drei verschiedenen Klassen gibt es je zwei Schülermengen (wiederum durch ihre Katalognummern angegeben), die einem Turn- bzw. einem Fußballverein angehören. In jeder Klasse wird die Frage gestellt: "Wieviele Schüler der Klasse gehören mindestens einem dieser Vereine an?"

Klasse A: $T = \{3,7,11,21,26,32\}$, $F = \{2,12,16,31\}$

Klasse B: $T = \{1,6,7,14,16,22,30\}$, $F = \{1,5,7,9,12,15,22,28\}$

Klasse C: $T = \{3,5,8,15,19,26,31,33\}$ $F = \{5,15,19,33\}$

Die Mengen wurden so ausgewählt, daß in der Klasse A: $T \cap F = \{\}$ ist, in der Klasse B: $T \cap F \neq \{\}$ ist und in der Klasse C: $F \subseteq T$ ist. Mit den entsprechenden Mengendiagrammen ist der Weg zur Vereinigungsmenge ($T \cup F$) und schließlich zur Lösung der gestellten Fragen vorgezeichnet.

Beispiele zu 2.16:

(1) In den folgenden Aufgaben sind die Mengen A und B gegeben. Gib jeweils die Vereinigungsmenge im aufzählenden Verfahren an und zeichne auch die Mengendiagramme:

a) $A = \{x \in N_u \mid x \leq 9\}$, $B = \{x \in N \mid x < 29\}$

b) $A = \{x \in$ Vielfachen von $7 \mid 21 \leq x < 49\}$

$B = \{x \in$ Vielfachen von $6 \mid 18 < x \leq 48\}$.

2.17 Vereinigungsmenge von mehr als zwei Mengen

Hier wird auf den Weg im Buch von LAUB - HRUBY(1.Teil, S.48) hingewiesen.

Beispiel zu 2.17:

(1) Bilde die Vereinigungsmenge im aufzählenden Verfahren und zeichne die Mengendiagramme:

$A = \{x \in$ Vielfachen von $10 \mid x < 120\}$,

$B = \{x \in N_g \mid 92 < x \leq 104\}$,

$C = \{x \in$ Vielfachen von $5 \mid 90 \leq x < 120\}$

a) $A \cup B$, b) $A \cup C$, c) $B \cup C$, d) $A \cup B \cup C$.

2.18 Die Differenzmenge, die Ergänzungsmenge (Komplementärmenge)

Die weiteren Überlegungen werden wieder mit den Mengen C, F und B aus dem Kapitel 2.14 (Durchschnittsmenge zweier Mengen) durchgeführt.

Die Frage nach der Menge der Chorsänger, die nicht der Neigungsgruppe Fußball angehören, führt zur Differenzmenge ($C \setminus F$). Die Frage nach der Menge der Chorsänger, die nicht Bühnenspiel besuchen, führt zur Ergänzungsmenge ($B' = C \setminus B$). Entsprechende Mengendiagramme unterstreichen den Sachverhalt. Da, wie in diesem Beispiel deutlich gemacht, die Ergänzungsmenge ein Sonderfall der Differenzmenge ist, wird bewußt auf die Einführung der Differenzmenge nicht verzichtet, auch wenn im Lehrplan die Differenzmenge nicht genannt ist.

Beispiele zu 2.18:

(1) Bestimme in den folgenden Aufgaben $A \setminus B$ sowie $B \setminus A$ im aufzählenden Verfahren und zeichne die Mengendiagramme:

a) A = Menge aller Zahlen größer 11 und kleiner oder gleich 25

B = Menge aller ungeraden Zahlen größer 18 und kleiner 37

b) $A = \{x \in$ Vielfachen von $5 \mid x < 30\}$

$B = \{x \in N_n \mid x \leq 15\}$

c) $A = \{x \in N \mid 13 < x < 29\}$
$B = \{x \in \text{Vielfachen von } 7 \mid 14 \leq x \leq 28\}$.

(2) Gib in den folgenden Aufgaben die Ergänzungsmenge A' im aufzählenden Verfahren an und zeichne die Mengendiagramme:

a) M = Menge aller Buchstaben des Alphabets bis einschließlich n.
$A = \{a, e, i\}$

b) $M = \{x \in N \mid 17 \leq x \leq 31\}$,
$A = \{x \in N_u \mid 17 < x < 31\}$.

Zum Schluß sollen noch einige Aufgaben angeführt werden, die verschiedene Lehrziele aus dem Gesamtkapitel zum Inhalt haben und mit denen nochmals der Lehrstoff wiederholt werden soll.

Beispiele:

(1) Löse die Ungleichungen bezüglich der Grundmenge $G = \{1, 2, \ldots, 40\}$ und bestimme jeweils $L \cap G$, $L \cup G$, $G \setminus L$, $L \setminus G$!

a) $17 + x \leq 23$, b) $y \cdot 3 > 24$, c) $42 - z \leq 4$.

(2) Gegeben sind die Mengen:
$A = \{x \in N \mid 50 \leq x < 61\}$
$B = \{x \in N_u \mid 49 \leq x < 63\}$
$C = \{x \in \text{Vielfachen von } 3 \mid 54 \leq x \leq 66\}$.

Gib im aufzählenden Verfahren an:
a) $A \cap B$, b) $A \cup C$, c) $B \cap C$, d) $A \setminus C$, e) $B \setminus A$, f) $A \cap B \cap C$, g) $A \cup B \cup C$.

(3) Gegeben ist die Menge $M = \{371\,418,\ 40\,512,\ 849\,706,\ 59\,893\}$.

a) Bilde die Teilmenge jener Zahlen aus M, deren Ziffernsumme > 31 ist!

b) Untersuche, ob die Zahlen 8 HT 4 ZT 9 T 7 H 6 E bzw. 4 ZT 5 H 1 Z 3 E Elemente von M sind!

(4) In einer Klasse von 31 Schülern erhalten 5 Schüler auf eine Mathematikschularbeit und 7 Schüler auf eine Deutschschularbeit die Note "Sehr gut", 2 Schüler bekamen auf beide Schularbeiten die Note "Sehr gut".

a) Wieviele Schüler bekamen ein "Sehr gut" aus Mathematik, aber nicht aus Deutsch?

b) Wieviele Schüler bekamen ein "Sehr gut" aus Deutsch, aber nicht aus Mathematik?

c) Wieviele Schüler bekamen wenigstens ein "Sehr gut" auf eine der beiden Schularbeiten?

d) Wieviele Schüler bekamen genau ein "Sehr gut" auf beide Arbeiten?

e) Wieviele Schüler bekamen weder aus Deutsch noch aus Mathematik ein "Sehr gut"?

(5) In einer Klasse gibt es 25 Schifahrer und 18 Eisläufer. 15 Schüler üben beide Sportarten aus, 7 Schüler betreiben keine der beiden Sportarten.

a) Wieviele Schüler sind Schifahrer und keine Eisläufer?

b) Wieviele Schüler sind Eisläufer und keine Schiläufer?

c) Wieviele Schüler hat die Klasse?

Prof.Mag.Dr. Dieter Litschauer
Bundesgymnasium Wien III
1030 Wien